

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse suivante : <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathématiques

Niveau moyen

Épreuve 2

Mercredi 4 novembre 2020 (matin)

Numéro de session du candidat

1 heure 30 minutes

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toutes les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Section B : répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet. Écrivez votre numéro de session sur la première page du livret de réponses, et attachez ce livret à cette épreuve d'examen et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques NM** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[90 points]**.



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.
Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



12EP02

Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. En particulier, les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

Section A

Répondez à **toutes** les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Si cela est nécessaire, vous pouvez poursuivre votre raisonnement en dessous des lignes.

1. [Note maximale : 6]

Considérez la fonction $f(x) = x^2 + x + \frac{50}{x}$, $x \neq 0$.

- (a) Trouvez $f(1)$. [2]
- (b) Résolvez $f(x) = 0$. [2]

La représentation graphique de f possède un minimum local au point A.

- (c) Trouvez les coordonnées de A. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. [Note maximale : 6]

Lucy vend des chocolats chauds dans son snack-bar et elle a remarqué qu'elle vend plus de chocolats chauds lors des journées plus fraîches. Au cours de six jours différents, elle enregistre la température quotidienne maximale, T , mesurée en degrés centigrades, et le nombre de chocolats chauds vendus, H . Les résultats sont présentés dans le tableau suivant.

Température maximale (T)	14	8	4	18	13	11
Nombre de chocolats chauds (H)	79	143	191	58	84	105

La relation entre H et T peut être modélisée par la droite de régression d'équation $H = aT + b$.

(a) (i) Trouvez la valeur de a et celle de b .

(ii) Écrivez le coefficient de corrélation. [4]

(b) En utilisant l'équation de la droite de régression, estimez le nombre de chocolats chauds que vendra Lucy au cours d'une journée où la température maximale est de 12°C. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Note maximale : 6]

La distribution de probabilité d'une variable aléatoire discrète X est donnée par le tableau suivant.

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	q	$4p^2$	p	$0,7 - 4p^2$

(a) Trouvez une expression pour q en fonction de p . [2]

(b) (i) Trouvez la valeur de p qui donne la plus grande valeur de $E(X)$.

(ii) À partir de là, trouvez la plus grande valeur de $E(X)$. [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12EP05

Tournez la page

4. [Note maximale : 7]

Soit $f(x) = 4 - x^3$ et $g(x) = \ln x$, pour $x > 0$.

(a) Trouvez $(f \circ g)(x)$. [2]

(b) (i) Résolvez l'équation $(f \circ g)(x) = x$.

(ii) À partir de là ou par toute autre méthode, étant donné que $g(2a) = f^{-1}(2a)$, trouvez la valeur de a . [5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12EP06

5. [Note maximale : 6]

Considérez le développement de $\left(3x^2 - \frac{k}{x}\right)^9$, où $k > 0$.

Le coefficient du terme en x^6 est 6048. Trouvez la valeur de k .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12EP07

Tournez la page

6. [Note maximale : 8]

Le premier terme d'une série géométrique infinie est $u_1 = a$ et le deuxième terme est

$$u_2 = \frac{1}{4}a^2 - 3a, \text{ où } a > 0.$$

- (a) Trouvez la raison en fonction de a . [2]
- (b) Trouvez les valeurs de a pour lesquelles la somme de la série infinie existe. [3]
- (c) Trouvez la valeur de a lorsque $S_\infty = 76$. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

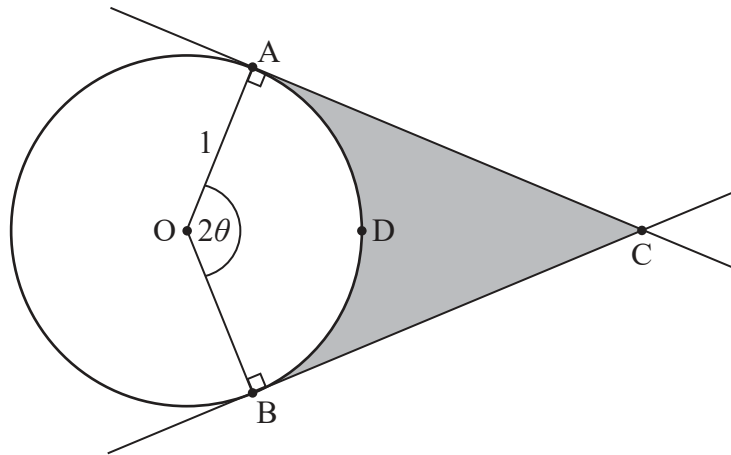


7. [Note maximale : 7]

Le diagramme suivant montre un cercle de centre O et de rayon égal à 1 cm. Les points A et B se situent sur la circonférence du cercle et $\widehat{AOB} = 2\theta$, où $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.

Les tangentes au cercle en A et B se coupent au point C .

la figure n'est pas à l'échelle



- (a) Montrez que $AC = \tan \theta$. [1]
- (b) Trouvez la valeur de θ lorsque l'aire de la région grisée est égale à l'aire du secteur OADB. [6]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12EP09

Tournez la page

N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

Section B

Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.

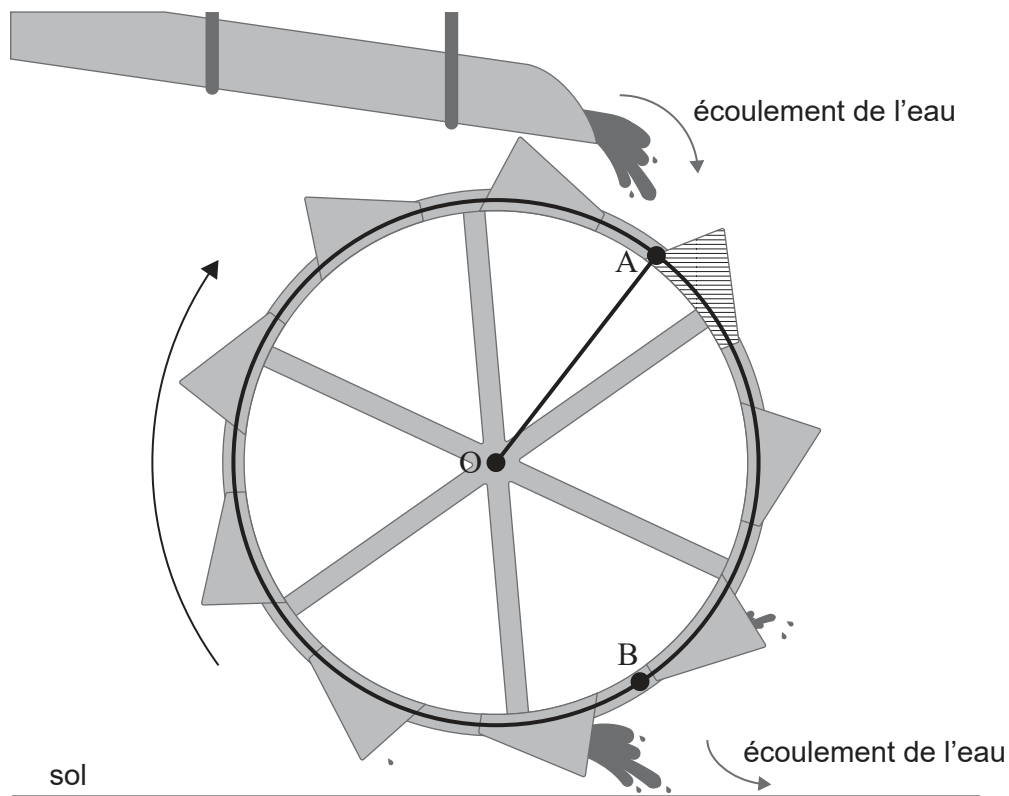
8. [Note maximale : 14]

Le diagramme suivant montre une roue à eau de centre O et de rayon égal à 10 mètres. L'eau coule dans des seaux, faisant tourner la roue dans le sens horaire à une vitesse constante.

La hauteur, h mètres, du haut d'un seau au-dessus du sol t secondes après avoir passé par le point A est modélisée par la fonction

$$h(t) = 13 + 8 \cos\left(\frac{\pi}{18}t\right) - 6 \sin\left(\frac{\pi}{18}t\right), \text{ pour } t \geq 0.$$

la figure n'est pas à l'échelle



- (a) (i) Trouvez la hauteur du point A au-dessus du sol.
- (ii) Calculez le nombre de secondes que cela prend à la roue à eau pour faire un tour complet.
- (iii) À partir de là, trouvez le nombre de tours complets faits par la roue à eau en une heure.

[6]

(Suite de la question à la page suivante)



12EP10

N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

(Suite de la question 8)

Un seau se déplace vers le point B qui se trouve à une hauteur de 4,06 mètres au-dessus du sol. Cela prend k secondes au haut de ce seau pour se déplacer du point A au point B.

(b) Trouvez k . [3]

La corde $[AB]$ mesure 17,0 mètres, réponse correcte à trois chiffres significatifs près.

(c) Trouvez $A\hat{O}B$. [3]

(d) Déterminez le taux de variation instantané de h lorsque le haut du seau est au point B. [2]



12EP11

Tournez la page

N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

9. [Note maximale : 14]

Fiona marche de sa maison vers un arrêt d'autobus où elle prend un autobus pour se rendre à son établissement scolaire. Son temps, W minutes, pour marcher jusqu'à l'arrêt d'autobus est normalement distribué de sorte que $W \sim N(12; 3^2)$.

Fiona quitte toujours sa maison à 07 h 15. Le premier autobus qu'elle peut prendre part à 07 h 30.

- (a) Trouvez la probabilité que cela prenne entre 15 minutes et 30 minutes à Fiona pour marcher jusqu'à l'arrêt d'autobus. [2]

La longueur du trajet, B minutes, de l'autobus jusqu'à l'établissement scolaire de Fiona est normalement distribuée de sorte que $B \sim N(50; \sigma^2)$. La probabilité que l'autobus prenne moins de 60 minutes pour se rendre à l'établissement scolaire est de 0,941.

- (b) Trouvez σ . [3]

- (c) Trouvez la probabilité que l'autobus prenne moins de 45 minutes. [2]

Si Fiona rate le premier autobus, il y a un second autobus qui part à 07 h 45. Elle doit arriver dans son établissement scolaire à 08 h 30 pour être à l'heure. Fiona n'arrivera pas à l'heure si elle rate les deux autobus. Les variables W et B sont indépendantes.

- (d) Trouvez la probabilité que Fiona arrivera à l'heure. [5]

Cette année, Fiona se rendra dans son établissement scolaire 183 jours.

- (e) Calculez le nombre espéré de jours que Fiona arrivera à l'heure. [2]

10. [Note maximale : 16]

Considérez une fonction $f(x)$, pour $x \geq 0$. La dérivée de f est donnée par $f'(x) = \frac{6x}{x^2 + 4}$.

- (a) Montrez que $f''(x) = \frac{24 - 6x^2}{(x^2 + 4)^2}$. [4]

La représentation graphique de f est concave vers le bas lorsque $x > n$.

- (b) Trouvez la plus petite valeur de n . [2]

- (c) Trouvez $\int \frac{6x}{x^2 + 4} dx$. [3]

Soit R la région délimitée par la représentation graphique de f , l'axe des abscisses et les droites $x = 1$ et $x = 3$. L'aire de R est 19,6, réponse correcte à trois chiffres significatifs près.

- (d) Trouvez $f(x)$. [7]

